

2024 秋季初一数学每日一题打卡 011

011 试题来源：2023 秋季南通海门校级期中第 26 题

对于有理数 x, y, a, t , 若 $|x - a| + |y - a| = t$, 则称 x 和 y 关于 a 的“美好关联数”为 t , 例如, $|2 - 1| + |3 - 1| = 3$, 则 2 和 3 关于 1 的“美好关联数”为 3.

(1) -3 和 5 关于 2 的“美好关联数”为_____;

(2) 若 x 和 2 关于 3 的“美好关联数”为 4 , 求 x 的值;

(3) 若 x_0 和 x_1 关于 1 的“美好关联数”为 1 , x_1 和 x_2 关于 2 的“美好关联数”为 1 , x_2 和 x_3 关于 3 的“美好关联数”为 1 , \dots , x_{40} 和 x_{41} 关于 41 的“美好关联数”为 1 , \dots .

① $x_0 + x_1$ 的最小值为_____;

② $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{40}$ 的最小值为_____.

试题解析

对于有理数 x, y, a, t , 若 $|x-a|+|y-a|=t$, 则称 x 和 y 关于 a 的“美好关联数”为 t , 例如, $|2-1|+|3-1|=3$, 则 2 和 3 关于 1 的“美好关联数”为 3.

(1) -3 和 5 关于 2 的“美好关联数”为 8;

解: $(1)|-3-2|+|5-2|=8$, 故答案为: 8;

(2) 若 x 和 2 关于 3 的“美好关联数”为 4, 求 x 的值;

(2) $\because x$ 和 2 关于 3 的“美好关联数”为 4, $\therefore |x-3|+|2-3|=4$, $\therefore |x-3|=3$,

解得 $x=6$ 或 $x=0$;

(3) 若 x_0 和 x_1 关于 1 的“美好关联数”为 1, x_1 和 x_2 关于 2 的“美好关联数”为 1, x_2 和 x_3 关于 3 的“美好关联数”为 1, \dots , x_{40} 和 x_{41} 关于 41 的“美好关联数”为 1, \dots .

① x_0+x_1 的最小值为 1;

① 读懂题意寻找规律, 利用规律计算;

(3) ① $\because x_0$ 和 x_1 关于 1 的“美好关联数”为 1, $\therefore |x_0-1|+|x_1-1|=1$,

\therefore 在数轴上可以看作数 x_0 到 1 的距离与数 x_1 到 1 的距离和为 1, $\therefore x_0+x_1$ 有最小值 1, 故答案为: 1;

② $x_1+x_2+x_3+\dots+x_{40}$ 的最小值为 820.

② 由①得到的规律写出含有绝对值的等式, 一一分析到 2、4、6、8、 \dots 、40 的距离和为 1 的时候两点表示的数的和的最小值, 最后得出最小值.

② 由题意可知:

$$|x_1-2|+|x_2-2|=1,$$

$$\because 1 \leq x_1 \leq 2, 2 \leq x_2 \leq 3,$$

$$\therefore x_1+x_2 \text{ 的最小值 } 1+2=3;$$

$$|x_3-4|+|x_4-4|=1,$$

$$\because 3 \leq x_3 \leq 4, 4 \leq x_4 \leq 5,$$

$$\therefore x_3+x_4 \text{ 的最小值 } 3+4=7;$$

$$\text{同理, } |x_5-6|+|x_6-6|=1, x_5+x_6 \text{ 的最小值 } 5+6=11;$$

$$|x_7-8|+|x_8-8|=1, x_7+x_8 \text{ 的最小值 } 7+8=15;$$

\dots ;

$$|x_{39}-40|+|x_{40}-40|=1, x_{39}+x_{40} \text{ 的最小值 } 39+40=79;$$

$$\therefore x_1+x_2+x_3+\dots+x_{40} \text{ 的最小值:}$$

$$3+7+11+15+\dots+79 = \frac{(3+79) \times 20}{2} = 820.$$

故答案为: 820.